Exercice 1 :

Rotation Simple

Trouver l'image du point ($A(2,3)$) par une rotation de ($90°$) autour de l'origine.

Solution :

Pour une rotation de ($90°$), les nouvelles coordonnées ((x', y'))du point (A) après rotation autour de l'origine sont données par :

$$x' = x\cos(90°) - y\sin(90°)$$

$$y' = x\sin(90°) + y\cos(90°)$$

$$Avec(\cos(90°) = 0)et(\sin(90°) = 1), on\ obtient :$$

$$x' = 2 \times 0 - 3 \times 1 = -3$$

$$y' = 2 \times 1 + 3 \times 0 = 2$$

Donc, les coordonnées du point $(A')\ sont\ ((-3,2))$.

Exercice 2 :

Rotation de 180°

Calculer les coordonnées du point ($B(-4,5)$\) après une rotation de ($180°$) autour de l'origine.

Solution :

Pour une rotation de ($180°$), les nouvelles coordonnées ((x', y')) sont :

$$x' = x\cos(180°) - y\sin(180°)$$

$$y' = x\sin(180°) + y\cos(180°)$$

$$Avec\ (\cos(180°) = -1)et(\sin(180°) = 0), on\ obtient$$

$$x' = -4 \times (-1) - 5 \times 0 = 4$$

$$y' = -4 \times 0 + 5 \times (-1) = -5$$

Donc, les coordonnées du point $(B')\ sont\ ((4, -5))$.

Exercice 3 :

Rotation et Transformation Combinée

Soit un triangle (ABC) avec($A(1,2)$), ($B(4,3)$), et ($C(3,-1)$). Effectuer une rotation de ($90°$) autour de l'origine, puis une translation de vecteur ($u = (2,-1)$). Trouver les coordonnées des points ($A', B',)et(C'$ \) après ces transformations.

Solution :

1. Rotation de ($90°$) autour de l'origine

Pour ($A(1,2)$) :

$$x' = 1 \times 0 - 2 \times 1 = -2$$

$$y' = 1 \times 1 + 2 \times 0 = 1$$

$$Donc\ (A'(-2,1))$$

$$Pour\ (B(4,3)):$$

$$x' = 4 \times 0 - 3 \times 1 = -3$$

$$y' = 4 \times 1 + 3 \times 0 = 4$$

$$Donc\ (B'(-3,4))$$

$$Pour\ (C(3,-1)):$$

$$x' = 3 \times 0 - (-1) \times 1 = 1$$

$$y' = 3 \times 1 + (-1) \times 0 = 3$$

$$Donc\ (C'(1,3))$$

2. Translation de vecteur($u = (2,-1)$)

Pour ($A'(-2,1)$) après translation :

$$x'' = -2 + 2 = 0$$

$$y'' = 1 - 1 = 0$$

$$Donc\ (A''(0,0))$$

$Pour$ ($B'(-3,4)$) après translation :

$$x'' = -3 + 2 = -1$$

$$y'' = 4 - 1 = 3$$

$$Donc\ (B''(-1,3))$$

$$x'' = 1 + 2 = 3$$

$$y'' = 3 - 1 = 2$$

$$Donc\ (C''(3,2))$$

Les nouvelles coordonnées des points ($A'', B'',$) et (C'') après les deux transformations sont respectivement ($(0,0), (-1,3),$) et ($(3,2)$).