Exercice 1

Fonction : $(f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4)$

Correction

1. Domaine de définition :

$$-(f(x)) est définie pour tout (x \in R).$$

2. Calcul de la dérivée :

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

3. Points critiques :

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

4. Monotonie :

$$-(f'(x) < 0) pour (x < -1) et (-1 < x < 1) (décroissante)$$

$$-(f'(x) > 0) pour (x > 1) (croissante)$$

5. Valeurs aux points critiques :

$$f(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1)^2 + 4 = -2 - 3 + 4 = -1$$

$$f(1) = 2(1)^3 - 3(1)^2 + 4 = 2 - 3 + 4 = 3$$

6. Étudier les limites :

$$-(\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty)$$

$$-(\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty)$$

7. Graphe :

$$-Minimum local en ((-1, -1))$$

$$-Maximum local en ((1,3)$$

Exercice 2

Fonction : $(g(x) = \frac{x^2+1}{x-1})$

Correction

1. Domaine de définition :

$$-(g(x)) \ est \ définie \ pour \ (x \in R \setminus \{1\}).$$

2. Calcul de la dérivée (règle du quotient) :

$$g'(x) = \frac{(2x)(x-1) - (x^2+1)(1)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

3. Points critiques :

Résolvons $(g'(x) = 0)$:

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

4. Monotonie :

- Analyse du signe de $(g'(x))$ entre les points critiques et aux bornes.

5. Étudier les limites :

$$-(\lim_{x\to 1} g\,(x)) \text{: } approche\ par\ la\ gauche\ et\ la\ droite.$$

$$-(\lim_{x\to -\infty} g\,(x) = 1)$$

$$-(\lim_{x\to +\infty} g\,(x) = 1)$$

6. Graphe :

- Comportement asymptotique autour de ($x = 1$).

Exercice 3

Fonction : $(h(x) = \sin(x) + \cos(2x))$

Correction

1. Domaine de définition :

$-\big(h(x)\big) est\ définie\ pour\ tout (x \in R).$

2. Calcul de la dérivée :

$$h'(x) = \cos(x) - 2\sin(2x)$$

3.Points critiques :

Résoudre $(h'(x) = 0)$.

4. Monotonie :

- Étudier les signes de $(h'(x))$ pour déterminer les intervalles de croissance et décroissance.

5. Valeurs aux points critiques :

Calculer $(h(x))$ aux points critiques.

6. Étudier les limites :

- Les limites de $(h(x))$ n'ont pas de bornes spécifiques, mais oscillent entre -2 et 2.

7. Graphe :

- Représenter la fonction pour visualiser les points critiques et le comportement oscillatoire.