Exercice 1

Équation à Résoudre :

$$[3x^2 + 4x + 2 = 0]$$

1. Calcul du Discriminant :

$$D = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 16 - 24 = -8$$

2. Analyse du Discriminant :

Puisque ($D < 0$), les solutions seront complexes.

3. Calcul des Solutions :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{-8}}{2 \cdot 3}$$
$$= \frac{-4 \pm 2i\sqrt{2}}{6} = \frac{-2 \pm i\sqrt{2}}{3}$$

$$Les solutions de l'équation (3x^2 + 4x + 2 = 0) sont:$$

$$x_1 = \frac{-2 + i\sqrt{2}}{3}, \quad x_2 = \frac{-2 - i\sqrt{2}}{3}$$

Exercices 2

1. Résoudre : $(2x^2 + 5x + 3 = 0)$

Correction

1. Calcul du Discriminant :

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$$

2. Solutions :

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-5 \pm 1}{4}$$

$$-(x_1 = -1)$$

$$-(x_2 = -\frac{3}{2})$$

Exercice 3

1. Calcul du Discriminant :

$$D = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 16 + 4 = 20$$

2. Solutions :

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{20}}{-2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{5}}{-2} = 2 \mp \sqrt{5}$$

$$(x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{3}{2}$$

Exercice 4

Soit ($z = -1 + i\sqrt{3}$). Trouver la forme trigonométrique et exponentielle de (z).

Correction

1. Calcul du module (r) :

$$r = \sqrt{(-1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

2. Calcul de l'argument (θ) :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{-1}\right)$$

Comme (z) est dans le deuxième quadrant :

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

3. Forme trigonométrique :

$$z = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

4. Forme exponentielle :

$$z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$z = 2\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) \quad \text{et} \quad z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

Exercice 5

Soit $(z_1 = 1 + i) et (z_2 = 1 - i)$ .Calculer $(z_1 z_2)$ et $(\frac{z_1}{z_2})$.

Correction

1. Forme trigonométrique de(z_1):

- Module (r_1) :

$$r_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$-Argument(\theta_1):$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{4}$$

$$-Donc, (z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}).$$

2. Forme trigonométrique de (z_2) :

- Module (r_2) :

$$r_2 = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$-Argument(\theta_2):$$

$$\theta_2 = -\frac{\pi}{4}$$

$$-Donc, (z_2 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}).$$

3. Multiplication :

$$z_1 z_2 = (\sqrt{2})(\sqrt{2})e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)} = 2e^{i(0)} = 2$$

4. Division :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{4}\right)} = 1 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

$$z_1 z_2 = 2 \quad \text{et} \quad \frac{z_1}{z_2} = i$$

Exercice 6

Écrire le nombre complexe ($z = 4\text{cis}\frac{\pi}{3}$) sous forme exponentielle.

Correction

1. Forme exponentielle :

$$z = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$$