Exercice 1 :

Problème : Calculer $(z_1 + z_2)$ $avec$ $(z_1 = 4 + 5i)$ et $(z_2 = 3 - 2i)$.

Correction

$$z_1 + z_2 = (4 + 3) + (5 - 2)i = 7 + 3i$$

Exercice 2 :

Problème : Calculer $(z_1 - z_2)$ $avec$ $(z_1 = 6 - 3i)$ et $(z_2 = 2 + 4i)$.

Correction

$$z_1 - z_2 = (6 - 2) + (-3 - 4)i = 4 - 7i$$

Exercice 3 :

Problème : Calculer $(z_1 \cdot z_2)$ $avec$ $(z_1 = 1 + 2i)$ et $(z_2 = 3 + 4i)$.

Correction

$$z_1 \cdot z_2 = (1 \cdot 3 - 2 \cdot 4) + (1 \cdot 4 + 2 \cdot 3)i = (3 - 8) + (4 + 6)i = -5 + 10i$$

Exercice 4 :

Problème : Calculer $(\frac{z_1}{z_2})avec(z_1 = 5 + 6i)et(z_2 = 1 - i)$.

Correction

1. Multiplier par le conjugué :

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(5 + 6i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{(5 + 5i + 6i - 6)}{1 + 1} = \frac{(-1 + 11i)}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{11}{2}i$$

Exercice 5 :

Problème : Trouver le module et l'argument de ($z = -2 + 2i$).

Correction

1. Module :

$$|z| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

2. Argument :

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{-2}\right) = \tan^{-1}(-1) = \frac{3\pi}{4} \quad \text{(dans le 2ème quadrant)}$$

Exercice 6 :

Problème : Résoudre l'équation $(z^2 + (3 - 4i)z + (2 + i) = 0)$.

Correction

Utilisons la formule quadratique :

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Où $(a = 1), (b = 3 - 4i), (c = 2 + i)$.

1. Calculer le discriminant :

$$b^2 = (3 - 4i)^2 = 9 - 24i - 16(-1) = 25 - 24i$$

$$4ac = 4 \cdot 1 \cdot (2 + i) = 8 + 4i$$

$$b^2 - 4ac = (25 - 24i) - (8 + 4i) = 17 - 28i$$

2. Calculer la racine carrée du discriminant :

- Soit $(w = x + yi)\ tel\ que\ (w^2 = 17 - 28i)$.
- En résolvant, on obtient :

$$x^2 - y^2 = 17 \quad \text{et} \quad 2xy = -28$$

- Résoudre ce système donne $(w = 1 - 7i)(ou\ (w = -1 + 7i))$.

3. Trouver les solutions :

$$z = \frac{-(3 - 4i) \pm (1 - 7i)}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{-(3 - 4i) \pm (-1 + 7i)}{2}$$

- Solutions : $(z_1 = -1 + i)\ et\ (z_2 = -2 + 3i)$.