

Exercice : Suite Géométrique

Soit la suite $(v_n = 5 \cdot 2^{n-1})$.

1. Calculez les cinq premiers termes de la suite.
2. Déterminez la raison de cette suite.
3. Trouvez une expression explicite pour (v_n) .
4. Vérifiez si $(v_5 = 80)$.

Correction

1. Calcul des cinq premiers termes

$$-(v_1 = 5 \cdot 2^0 = 5)$$

$$-(v_2 = 5 \cdot 2^1 = 10)$$

$$-(v_3 = 5 \cdot 2^2 = 20)$$

$$-(v_4 = 5 \cdot 2^3 = 40)$$

$$-(v_5 = 5 \cdot 2^4 = 80)$$

Les cinq premiers termes sont : $(5, 10, 20, 40, 80)$.

2. Détermination de la raison

La raison (q) est le rapport entre deux termes consécutifs :

$$q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{5} = 2$$

La raison est : $(q = 2)$.

3. Expression explicite pour (v_n)

L'expression générale est :

$$v_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$

- #### 4. Vérification de (v_5)

Calculons (v_5) :

$$v_5 = 5 \cdot 2^{5-1} = 5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 16 = 80$$

Vérification : $(v_5 = 80)$ est correct.

Exercice : Suite Géométrique

Soit la suite définie par $(v_n = 3 \cdot 4^{n-1})$.

1. Calculez les dix premiers termes de la suite.
2. Déterminez la raison de cette suite.
3. Trouvez une expression explicite pour (v_n) .
4. Calculez (v_{10}) et vérifiez si le résultat est correct.

Correction

1. Calcul des dix premiers termes

$$-(v_1 = 3 \cdot 4^0 = 3)$$

$$-(v_2 = 3 \cdot 4^1 = 12)$$

$$-(v_3 = 3 \cdot 4^2 = 48)$$

$$-(v_4 = 3 \cdot 4^3 = 192)$$

$$-(v_5 = 3 \cdot 4^4 = 768)$$

$$-(v_6 = 3 \cdot 4^5 = 3072)$$

$$-(v_7 = 3 \cdot 4^6 = 12288)$$

$$-(v_8 = 3 \cdot 4^7 = 49152)$$

$$-(v_9 = 3 \cdot 4^8 = 196608)$$

$$-(v_{10} = 3 \cdot 4^9 = 786432)$$

Les dix premiers termes sont :

$$(3, 12, 48, 192, 768, 3072, 12288, 49152, 196608, 786432).$$

2. Détermination de la raison

La raison (q) est le rapport entre deux termes consécutifs :

$$q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{12}{3} = 4$$

La raison est : ($q = 4$).

3. Expression explicite pour (v_n)

L'expression générale est :

$$v_n = 3 \cdot 4^{n-1}$$

4. Calcul de (v_{10})

Calculons (v_{10}):

$$v_{10} = 3 \cdot 4^{10-1} = 3 \cdot 4^9 = 3 \cdot 262144 = 786432$$

Vérification : ($v_{10} = 786432$) est correct.

Exercice : Suite Géométrique

Soit la suite définie par ($v_n = 7 \cdot 3^{n-1}$).

1. Calculez les dix premiers termes de la suite.
2. Déterminez la raison de cette suite.
3. Trouvez une expression explicite pour (v_n).
4. Calculez (v_8) et (v_{10}).

5. Déterminez la somme des cinq premiers termes de la suite.

Correction

1. Calcul des dix premiers termes

$$\begin{aligned}-(v_1 = 7 \cdot 3^0 = 7) \\-(v_2 = 7 \cdot 3^1 = 21) \\-(v_3 = 7 \cdot 3^2 = 63) \\-(v_4 = 7 \cdot 3^3 = 189) \\-(v_5 = 7 \cdot 3^4 = 567) \\-(v_6 = 7 \cdot 3^5 = 1701) \\-(v_7 = 7 \cdot 3^6 = 5103) \\-(v_8 = 7 \cdot 3^7 = 15309) \\-(v_9 = 7 \cdot 3^8 = 45927) \\-(v_{10} = 7 \cdot 3^9 = 137781)\end{aligned}$$

Les dix premiers termes sont :

$$(7, 21, 63, 189, 567, 1701, 5103, 15309, 45927, 137781).$$

2. Détermination de la raison

La raison (q) est le rapport entre deux termes consécutifs :

$$q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{21}{7} = 3$$

La raison est : ($q = 3$).

3. Expression explicite pour (v_n)

L'expression générale est :

$$v_n = 7 \cdot 3^{n-1}$$

4. Calcul de (v_8) et (v_{10})

- Pour (v_8) :

$$v_8 = 7 \cdot 3^{8-1} = 7 \cdot 3^7 = 7 \cdot 2187 = 15309$$

- Pour (v_{10}) :

$$v_{10} = 7 \cdot 3^{10-1} = 7 \cdot 3^9 = 7 \cdot 19683 = 137781$$

5. Somme des cinq premiers termes

La somme des cinq premiers termes est :

$$S_5 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = 7 + 21 + 63 + 189 + 567$$

Calculons :

$$S_5 = 7 + 21 = 28$$

$$S_5 = 28 + 63 = 91$$

$$S_5 = 91 + 189 = 280$$

$$S_5 = 280 + 567 = 847$$

La somme des cinq premiers termes est : ($S_5 = 847$).

Exercice : Suite Arithmétique

On considère la suite définie par ($u_n = 2 + 5(n - 1)$).

1. Calculez les dix premiers termes de la suite.
2. Déterminez la raison de cette suite.
3. Trouvez une expression explicite pour (u_n).
4. Calculez (u_5) et (u_{10}).
5. Déterminez la somme des cinq premiers termes de la suite.

Correction

1. Calcul des dix premiers termes

$$-(u_1 = 2 + 5(1 - 1) = 2)$$

$$-(u_2 = 2 + 5(2 - 1) = 7)$$

$$-(u_3 = 2 + 5(3 - 1) = 12)$$

$$-(u_4 = 2 + 5(4 - 1) = 17)$$

$$-(u_5 = 2 + 5(5 - 1) = 22)$$

$$-(u_6 = 2 + 5(6 - 1) = 27)$$

$$-(u_7 = 2 + 5(7 - 1) = 32)$$

$$-(u_8 = 2 + 5(8 - 1) = 37)$$

$$-(u_9 = 2 + 5(9 - 1) = 42)$$

$$-(u_{10} = 2 + 5(10 - 1) = 47)$$

Les dix premiers termes sont :

$$(2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47).$$

2. Détermination de la raison

La raison (r) est la différence entre deux termes consécutifs :

$$r = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$$

La raison est : ($r = 5$).

3. Expression explicite pour (u_n)

L'expression générale est :

$$u_n = 2 + 5(n - 1)$$

On peut également l'écrire sous la forme :

$$u_n = 5n - 3$$

4. Calcul de (u_5) et (u_{10})

- Pour (u_5) :

$$u_5 = 2 + 5(5 - 1) = 2 + 20 = 22$$

- Pour (u_{10}) :

$$u_{10} = 2 + 5(10 - 1) = 2 + 45 = 47$$

5. Somme des cinq premiers termes

La somme des cinq premiers termes est :

$$S_5 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 2 + 7 + 12 + 17 + 22$$

Calculons :

$$S_5 = 2 + 7 = 9$$

$$S_5 = 9 + 12 = 21$$

$$S_5 = 21 + 17 = 38$$

$$S_5 = 38 + 22 = 60$$

La somme des cinq premiers termes est : $(S_5 = 60)$.

Exercice : Suite Arithmétique

Soit la suite définie par $(u_n = 4 + 3(n - 1))$.

1. Calculez les quinze premiers termes de la suite.
2. Déterminez la raison de cette suite.
3. Trouvez une expression explicite pour (u_n) .
4. Calculez (u_7) et (u_{12}) .
5. Déterminez la somme des dix premiers termes de la suite.

Correction

1. Calcul des quinze premiers termes

$$-(u_1 = 4 + 3(1 - 1) = 4)$$

$$-(u_2 = 4 + 3(2 - 1) = 7)$$

$$-(u_3 = 4 + 3(3 - 1) = 10)$$

$$-(u_4 = 4 + 3(4 - 1) = 13)$$

$$-(u_5 = 4 + 3(5 - 1) = 16)$$

$$-(u_6 = 4 + 3(6 - 1) = 19)$$

$$-(u_7 = 4 + 3(7 - 1) = 22)$$

$$-(u_8 = 4 + 3(8 - 1) = 25)$$

$$-(u_9 = 4 + 3(9 - 1) = 28)$$

$$-(u_{10} = 4 + 3(10 - 1) = 31)$$

$$-(u_{11} = 4 + 3(11 - 1) = 34)$$

$$-(u_{12} = 4 + 3(12 - 1) = 37)$$

$$-(u_{13} = 4 + 3(13 - 1) = 40)$$

$$-(u_{14} = 4 + 3(14 - 1) = 43)$$

$$-(u_{15} = 4 + 3(15 - 1) = 46)$$

Les quinze premiers termes sont :

$$(4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43, 46).$$

2. Détermination de la raison

La raison (r) est la différence entre deux termes consécutifs :

$$r = u_2 - u_1 = 7 - 4 = 3$$

La raison est : ($r = 3$).

3. Expression explicite pour (u_n)

L'expression générale est :

$$u_n = 4 + 3(n - 1)$$

On peut également l'écrire sous la forme :

$$u_n = 3n + 1$$

4. Calcul de (u_7) et (u_{12})

-Pour (u_7):

$$u_7 = 4 + 3(7 - 1) = 4 + 18 = 22$$

- Pour (u_{12}) :

$$u_{12} = 4 + 3(12 - 1) = 4 + 33 = 37$$

5. Somme des dix premiers termes

La somme des dix premiers termes est :

$$S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9 + u_{10}$$

Calculons :

$$S_{10} = 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25 + 28 + 31$$

On peut utiliser la formule de la somme des termes d'une suite arithmétique :

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (u_1 + u_n)$$

Pour ($n = 10$) :

$$S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (u_1 + u_{10}) = 5 \cdot (4 + 31) = 5 \cdot 35 = 175$$