

Exercices Corrigés

- Calcul Trigonométrique

Exercice 1 : Calcul de Fonctions Trigonométriques

Énoncé : Calculer les valeurs de $\sin(120^\circ)$, $\cos(135^\circ)$, et $\tan(210^\circ)$.

Solution :

$$\begin{aligned}\sin(120^\circ) &= \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \\ \cos(135^\circ) &= \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos(45^\circ) = -\sqrt{2}/2 \\ \tan(210^\circ) &= \tan(180^\circ + 30^\circ) = \tan(30^\circ) = 1/\sqrt{3}\end{aligned}$$

Exercice 2 : Utilisation des Identités Trigonométriques

Énoncé : Simplifier l'expression suivante : $(\sin^2(x) - \cos^2(x)) / (\sin(x) \cos(x))$.

Solution :

L'expression peut être simplifiée en utilisant les identités trigonométriques :

$$(\sin^2(x) - \cos^2(x)) / (\sin(x) \cos(x)) = ((\sin(x) - \cos(x))(\sin(x) + \cos(x))) / (\sin(x) \cos(x))$$

En utilisant l'identité $\sin^2(x) - \cos^2(x) = -\cos(2x)$, l'expression devient :

$$= -2 \cot(2x)$$

Exercice 3 : Résolution d'une Équation Trigonométrique

Énoncé : Résoudre l'équation trigonométrique suivante pour $x \in [0, 2\pi]$:

$$2 \sin^2(x) - 3 \sin(x) + 1 = 0$$

Solution :

On pose $u = \sin(x)$. L'équation devient alors :

$$2u^2 - 3u + 1 = 0$$

Résolution de l'équation quadratique :

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1$$

$$u_1 = (3 + \sqrt{1}) / 4 = 1, \quad u_2 = (3 - \sqrt{1}) / 4 = 1/2$$

Pour $u_1 = 1$, $\sin(x) = 1 \Rightarrow x = \pi/2$

Pour $u_2 = 1/2$, $\sin(x) = 1/2 \Rightarrow x = \pi/6$ ou $x = 5\pi/6$

Solutions finales : $x = \pi/2, \pi/6, 5\pi/6$