

Exercice 1 : Tables de Vérité

Énoncé :

Construisez les tables de vérité pour les expressions logiques suivantes :

1. $P \vee Q$
2. $P \wedge (\neg Q)$
3. $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Correction :

1. Table de vérité pour $P \vee Q$:

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

2. Table de vérité pour $P \wedge (\neg Q)$:

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge (\neg Q)$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

3. Table de vérité pour $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$:

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Exercice 2 : Équivalence Logique

Énoncé :

Montrez que les propositions suivantes sont logiquement équivalentes :

1. $\neg(P \vee Q)$
2. $\neg P \wedge \neg Q$

Correction :

La première proposition est $\neg(P \vee Q)$. D'après les lois de De Morgan, cette expression est équivalente à $\neg P \wedge \neg Q$.

Table de vérité :

P	Q	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$
---	---	------------	------------------	----------	----------	------------------------

V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V

Exercice 3 : Implication et Contraposée

Énoncé :

Soit la proposition $P \rightarrow Q$. Montrez que la contraposée $\neg Q \rightarrow \neg P$ est équivalente à la proposition initiale.

Correction :

Table de vérité :

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg Q \rightarrow \neg P$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	V	V