Le Barycentre dans le Plan

1. Définition du barycentre

Le barycentre (ou centre de gravité) est un point particulier dans un plan, défini pour un ensemble de points en fonction de leurs positions et de leurs poids.

Pour un ensemble de (n) points $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ dans le plan, et des poids associés $(m_1, m_2, \ldots, m_n)$, le barycentre (G) est défini par :

$$[G = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}\right)]$$

Où $((x_i, y_i))$ sont les coordonnées des points (A_i).

2. Propriétés du barycentre

- Homogénéité : Si tous les poids sont égaux, le barycentre est le centre de masse du polygone formé par les points.

- Colinéarité : Le barycentre de points colinéaires est sur la ligne des points, même si les poids sont différents.

3. Exemples

Exemple 1 :

Considérons trois points $(A(1,2)), (B(3,4)), et (C(5,6))$ avec des poids respectifs de 2, 3, et 4.

Le barycentre (G) est donné par :

$$[x_G = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 5}{2 + 3 + 4} = \frac{2 + 9 + 20}{9} = \frac{31}{9} \approx 3.44]$$

$$[y_G = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6}{2 + 3 + 4} = \frac{4 + 12 + 24}{9} = \frac{40}{9} \approx 4.44]$$

Donc, les coordonnées du barycentre sont $(\left(\frac{31}{9}, \frac{40}{9}\right))$.

Exemple 2 :

Considérons un quadrilatère avec des points $(A(0,0)), (B(4,0)), (C(4,3)), et (D(0,3))$, avec des poids respectifs tous égaux à 1.

Le barycentre (G) est donné par :

$$[x_G = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 0}{1 + 1 + 1 + 1} = \frac{0 + 4 + 4 + 0}{4} = \frac{8}{4} = 2]$$

$$[y_G = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 3}{1 + 1 + 1 + 1} = \frac{0 + 0 + 3 + 3}{4} = \frac{6}{4} = 1.5]$$

Donc, les coordonnées du barycentre sont $((2, 1.5))$.