

# Les Fonctions Primitives

## 1. Définition

Une **fonction primitive** d'une fonction ( $f$ ) est une fonction ( $F$ ) telle que :

$$F'(x) = f(x)$$

Cela signifie que la dérivée de ( $F$ ) est égale à ( $f$ ).

## 2. Propriétés des Fonctions Primitives

### 1. Linéarité :

- Si ( $F$ ) est une primitive de ( $f$ ) et ( $G$ ) est une primitive de ( $g$ ), alors :

$$aF(x) + bG(x) \text{ est une primitive de } af(x) + bg(x) \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

### 2. Constantes :

- Si ( $F$ ) est une primitive de ( $f$ ), alors ( $F + C$ ) où ( $C$ ) est une constante est aussi une primitive de ( $f$ ).

## 3. Méthode de Calcul des Fonctions Primitives

### 3.1. Règles de Base

- Primitive d'une constante :

$$\int k \, dx = kx + C$$

- Primitive de ( $x^n$ ) (avec ( $n \neq -1$ )) :

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

- Primitive ( $e^x$ ) :

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

- Primitive de ( $\sin(x)$ ):

$$\int \sin(x) \, dx = -\cos(x) + C$$

- Primitive de ( $\cos(x)$ ) :

$$\int \cos(x) \, dx = \sin(x) + C$$

### 3.2. Exemples Corrigés

**Exemple 1** : Calculer la primitive de  $(f(x) = 3x^2)$

1. Identifiez la forme :

$$f(x) = 3x^2$$

2. Appliquez la règle :

$$F(x) = \int 3x^2 dx = 3 \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} + C = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + C = x^3 + C$$

3. Conclusion :

$$F(x) = x^3 + C$$

**Exemple 2** : Calculer la primitive de  $(f(x) = 4)$

1. Identifiez la forme :

$$f(x) = 4$$

2. Appliquez la règle :

$$F(x) = \int 4 dx = 4x + C$$

3. Conclusion :

$$F(x) = 4x + C$$

Exemple 3 : Calculer la primitive de  $(f(x) = e^x)$

1. Identifiez la forme :

$$f(x) = e^x$$

2. Appliquez la règle :

$$F(x) = \int e^x dx = e^x + C$$

3. Conclusion :

$$F(x) = e^x + C$$

4. Applications

4.1. Calcul de l'aire sous une courbe

Pour calculer l'aire sous la courbe de  $(f)$  entre  $(a)$  et  $(b)$ , on utilise la formule :

$$A = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

**Exemple d'application**

Calculer l'aire sous la courbe de  $(f(x) = x^2)$  entre  $(1)$  et  $(3)$ .

1. Calculez la primitive :

2.  $F(x) = \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

3. Évaluez  $F(b)$  et  $F(a)$ :

$$F(3) = \frac{3^3}{3} = 9 \quad [$$

$$F(1) = \frac{1^3}{3} = \frac{1}{3}$$

4. Calculez l'aire :

$$A = F(3) - F(1) = 9 - \frac{1}{3} = \frac{27}{3} - \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$