Les Suites Numériques

1. Définition d'une suite numérique

Une suite numérique est une fonction définie sur l'ensemble des entiers naturels, (N), et à valeurs dans les réels. On note généralement une suite par $((u_n))$ $où$ (u_n)est le terme de rang (n).

2. Types de suites

- Suite arithmétique :

Une suite $((u_n))$ est arithmétique si la différence entre deux termes consécutifs est constante. On a :

$$[u_{n+1} = u_n + r]$$

où (r) est la raison de la suite. La formule du terme général est :

$$[u_n = u_1 + (n-1)r]$$

- Suite géométrique :

Une suite $((u_n))$ est géométrique si le rapport entre deux termes consécutifs est constant. On a :

$$[\frac{u_{n+1}}{u_n} = q]$$

Où (q) est la raison de la suite. La formule du terme général est :

$$[u_n = u_1 \cdot q^{n-1}]$$

Exemple 1 : Suite arithmétique

Considérons la suite définie par $(u_1 = 5)$et la raison $(r = 3)$. Déterminons les 5 premiers termes de la suite et le terme général.

- Les termes sont :

$$[u_1 = 5]$$

$$[u_2 = u_1 + r = 5 + 3 = 8]$$

$$[u_3 = u_2 + r = 8 + 3 = 11]$$

$$[u_4 = u_3 + r = 11 + 3 = 14]$$

$$[u_5 = u_4 + r = 14 + 3 = 17]$$

- La formule du terme général est :

$$[u_n = 5 + (n-1) \cdot 3 = 3n + 2]$$

Exemple 2 : Suite géométrique

Considérons la suite définie par $(u_1 = 2)$ et la raison $(q = 4)$. Déterminons les 5 premiers termes de la suite et le terme général.

- Les termes sont :

$$[u_1 = 2]$$

$$[u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 4 = 8]$$

$$[u_3 = u_2 \cdot q = 8 \cdot 4 = 32]$$

$$[u_4 = u_3 \cdot q = 32 \cdot 4 = 128]$$

$$[u_5 = u_4 \cdot q = 128 \cdot 4 = 512]$$

- La formule du terme général est :

$$[u_n = 2 \cdot 4^{n-1}]$$

4. Propriétés importantes

- Pour les suites arithmétiques :

La somme des (n) premiers termes est donnée par :

$[S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)r)]$

- Pour les suites géométriques :

La somme des (n) premiers termes est donnée par :

$[S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}] pour \ (q \neq 1)$