Les Suites Numériques

1. Définition d'une Suite

Une suite numérique est une fonction dont le domaine est l'ensemble des entiers naturels N et qui associe à chaque entier naturel un nombre réel. On note une suite $((u_n))$ $où$ (n) est l'indice.

2. Types de Suites

- **Suite arithmétique** : Une suite est arithmétique si la différence entre deux termes consécutifs est constante.

$$u_n = u_1 + (n-1) \cdot r$$

Où (r) est la raison.

- **Suite géométrique** : Une suite est géométrique si le rapport entre deux termes consécutifs est constant.

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$$

Où (q) est la raison.

3. Exemples

Exemple 1 : Suite Arithmétique

Considérons la suite définie par $(u_n = 2 + 3(n-1))$.

- Calcul des premiers termes :

$$-(u_1 = 2)$$

$$-(u_2 = 2 + 3(1) = 5)$$

$$-(u_3 = 2 + 3(2) = 8)$$

$$-(u_4 = 2 + 3(3) = 11)$$

- Vérification de la raison :

$$-(u_2 - u_1 = 5 - 2 = 3)$$

$$-(u_3 - u_2 = 8 - 5 = 3)$$

$$-(u_4 - u_3 = 11 - 8 = 3)$$

La raison est constante, donc c'est une suite arithmétique.

Exemple 2 : Suite Géométrique

Considérons la suite définie par $(v_n = 3 \cdot 2^{n-1})$.

- Calcul des premiers termes :

$$-(v_1 = 3)$$

$$-(v_2 = 3 \cdot 2^1 = 6)$$

$$-(v_3 = 3 \cdot 2^2 = 12)$$

$$-(v_4 = 3 \cdot 2^3 = 24)$$

- Vérification de la raison :

$$-(\frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{3} = 2)$$

$$-(\frac{v_3}{v_2} = \frac{12}{6} = 2)$$

$$-(\frac{v_4}{v_3} = \frac{24}{12} = 2)$$

Le rapport est constant, donc c'est une suite géométrique.

4. L'exercices

Exercice : Suite Arithmétique

On considère la suite définie par $(u_n = 5 + 4(n-1))$.

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite.

2. Déterminer la raison de cette suite.

3. Trouver une expression explicite pour (u_n).

4. Vérifier si $(u_{10} = 41)$.

Correction

1. Calcul des cinq premiers termes

$$-(u_1 = 5 + 4(1-1) = 5)$$

$$-(u_2 = 5 + 4(2-1) = 9)$$

$$-(u_3 = 5 + 4(3-1) = 13)$$

$$-(u_4 = 5 + 4(4-1) = 17)$$

$$-(u_5 = 5 + 4(5-1) = 21)$$

Les cinq premiers termes sont : ($5, 9, 13, 17, 21$).

2. Détermination de la raison

La raison (r) est la différence entre deux termes consécutifs :

$$r = u_2 - u_1 = 9 - 5 = 4$$

La raison est : ($r = 4$).

3. Expression explicite pour (u_n)

L'expression générale est :

$$u_n = 5 + 4(n-1)$$

On peut également l'écrire sous la forme :

$$u_n = 4n + 1$$

4. Vérification de (u_{10})

Calculons (u_{10}) :

$$u_{10} = 5 + 4(10-1) = 5 + 36 = 41$$

Vérification : $(u_{10} = 41)$ est correct.

Exercice : Suite Géométrique

On considère la suite définie par $(v_n = 2 \cdot 3^{n-1})$.

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite.

2. Déterminer la raison de cette suite.

3. Trouver une expression explicite pour (v_n).

4. Vérifier si $(v_6 = 486)$.

Correction

1. Calcul des cinq premiers termes

$$-(v_1 = 2 \cdot 3^0 = 2)$$

$$-(v_2 = 2 \cdot 3^1 = 6)$$

$$-(v_3 = 2 \cdot 3^2 = 18)$$

$$-(v_4 = 2 \cdot 3^3 = 54)$$

$$-(v_5 = 2 \cdot 3^4 = 162)$$

Les cinq premiers termes sont : $(2, 6, 18, 54, 162)$.

2. Détermination de la raison

La raison (q) est le rapport entre deux termes consécutifs :

$$q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{2} = 3$$

La raison est : $(q \ = \ 3)$.

3. Expression explicite pour (v_n)

L'expression générale est :

$$v_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

4. Vérification de (v_6)

Calculons (v_6) :

$$v_6 = 2 \cdot 3^{6-1} = 2 \cdot 3^5 = 2 \cdot 243 = 486$$

Vérification : ($v_6 = 486$) est correct.