

# Cours d'Arithmétique dans $(N)$

## 1. Introduction à l'Arithmétique dans $(N)$ :

- Ensemble des Nombres Naturels  $(N)$  : L'ensemble des nombres naturels est  $(N = \{0,1,2,3, \dots\})$ .
- Notion de Divisibilité : Un entier  $(a)$  est divisible par un entier  $(b)$  (noté  $(b|a)$ ) s'il existe un entier  $(k)$  tel que  $(a = b \times k)$ .

## 2. Diviseurs et Multiples :

- Diviseur : Un nombre entier  $(d)$  est un diviseur de  $(n)$  s'il existe un entier  $(k)$  tel que  $(n = d \times k)$ .
- Multiple : Un nombre entier  $(m)$  est un multiple de  $(n)$  s'il existe un entier  $(k)$  tel que  $(m = n \times k)$ .

### Exemple 1 :

Trouver tous les diviseurs de 12.

#### Solution :

Les diviseurs de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12.

### 3. Critères de Divisibilité

- Par 2 : Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6, ou 8.
- Par 3 : Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Par 5 : Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Par 9 : Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Par 10 : Un nombre est divisible par 10 s'il se termine par 0.

### Exemple 2 :

Déterminer si 154 est divisible par 2, 3, 5, 9, ou 10.

#### Solution :

- Par 2 : Oui, car 154 se termine par 4.
- Par 3 : Non, car  $(1 + 5 + 4 = 10)$ , qui n'est pas divisible par 3.
- Par 5 : Non, car 154 ne se termine pas par 0 ou 5.
- Par 9 : Non, car  $(1 + 5 + 4 = 10)$ , qui n'est pas divisible par 9.
- Par 10 : Non, car 154 ne se termine pas par 0.

### 4. Nombres Premiers et Nombres Composés :

- Nombre Premier : Un nombre est premier s'il a exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.
- Nombre Composé : Un nombre est composé s'il a plus de deux diviseurs.

### Exemple 3 :

Déterminer si 7 et 12 sont des nombres premiers.

#### Solution :

- 7 est un nombre premier car ses seuls diviseurs sont 1 et 7.
- 12 n'est pas un nombre premier car il a plus de deux diviseurs (1, 2, 3, 4, 6, 12).

### 5. Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) et Plus Petit Commun Multiple (PPCM)

- PGCD : Le plus grand entier qui divise deux nombres sans laisser de reste.
- PPCM : Le plus petit entier qui est un multiple de deux nombres.

### Exemple 4 :

Trouver le PGCD et le PPCM de 8 et 12.

#### Solution :

- PGCD (8, 12) = 4 (Les diviseurs communs sont 1, 2, 4 ; le plus grand est 4).
- PPCM (8, 12) = 24 (Les multiples communs de 8 et 12 sont 24, 48, ... ; le plus petit est 24).

### Exercices Pratiques :

1. Trouvez tous les diviseurs de 18.
2. Déterminez si 45 est divisible par 2, 3, 5, 9, et 10.
3. Décomposez 28 en produit de nombres premiers.
4. Trouvez le PGCD et le PPCM de 15 et 25.

Voici la correction des exercices pratiques d'Arithmétique dans ( $N$ ) pour le tronc commun :

#### Correction :

Pour trouver les diviseurs de 18, nous cherchons tous les nombres entiers qui divisent 18 sans laisser de reste.

- 18 est divisible par 1 (car  $(18 \div 1 = 18)$ ).
- 18 est divisible par 2 (car  $(18 \div 2 = 9)$ ).
- 18 est divisible par 3 (car  $(18 \div 3 = 6)$ ).
- 18 est divisible par 6 (car  $(18 \div 6 = 3)$ ).
- 18 est divisible par 9 (car  $(18 \div 9 = 2)$ ).
- 18 est divisible par 18 (car  $(18 \div 18 = 1)$ ).

Donc, les diviseurs de 18 sont : 1, 2, 3, 6, 9, 18.

2- Déterminez si 45 est divisible par 2, 3, 5, 9, et 10.

- Par 2 : 45 n'est pas divisible par 2 car il ne se termine pas par 0, 2, 4, 6, ou 8.
- Par 3 : 45 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres ( $4 + 5 = 9$ ) est divisible par 3.
- Par 5 : 45 est divisible par 5 car il se termine par 5.
- Par 9 : 45 est divisible par 9 car la somme de ses chiffres ( $4 + 5 = 9$ ) est divisible par 9.
- Par 10 : 45 n'est pas divisible par 10 car il ne se termine pas par 0.

3 - Décomposez 28 en produit de nombres premiers.

Pour décomposer 28 en produit de nombres premiers, on divise successivement par les nombres premiers :

- 28 est divisible par 2 (premier nombre premier) : ( $28 \div 2 = 14$ ).
- 14 est divisible par 2 : ( $14 \div 2 = 7$ ).
- 7 est un nombre premier, donc la décomposition s'arrête ici.

Donc, la décomposition en produit de facteurs premiers est : ( $28 = 2^2 \times 7$ ).

4 - Trouvez le PGCD et le PPCM de 15 et 25.

- Pour le PGCD :

- Les diviseurs de 15 sont : 1, 3, 5, 15.
- Les diviseurs de 25 sont : 1, 5, 25.
- Les diviseurs communs de 15 et 25 sont : 1, 5.
- Le plus grand diviseur commun est 5.

Donc,  $\text{PGCD}(15, 25) = 5$ .

- Pour le PPCM :

- Multiples de 15 : 15, 30, 45, 60, 75, 90, ...
- Multiples de 25 : 25, 50, 75, 100, 125, ...
- Le plus petit multiple commun est 75.

Donc,  $\text{PPCM}(15, 25) = 75$ .