Équations, inéquations et systèmes

1-Définition

Une équation est une égalité mathématique qui contient une ou plusieurs variables. Elle exprime le fait que deux expressions sont égales pour certaines valeurs de ces variables.

2-Types d'équations

2-1. Équations linéaires

: Ce sont des équations de la forme $(ax + b = 0), où\ (a)\ et\ (b)$ sont des nombres réels et (x) est la variable.

2-2. Équations du second degré :

Ce sont des équations de la forme $(ax^2 + bx + c = 0), où (a), (b), et (c)$sont des nombres réels, avec $(a \neq 0)$.

3-Méthodes de résolution

Équations linéaires

Pour résoudre une équation linéaire $(ax + b = 0)$, on isole la variable (x) :

$$[\,ax = -b\,]$$

$$[x = -\frac{b}{a}]$$

Exemple corrigé :

Résoudre l'équation $(3x - 5 = 0)$.

Solution :

$$3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow = \frac{5}{3}$$

Équations du second degré

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre une équation du second degré $(ax^2 + bx + c = 0)$.

1. Factorisation : Si l'équation peut être factorisée sous la forme $((px + q)(rx + s) = 0)$, les solutions sont $(x = -\frac{q}{p})\ et\ (x = -\frac{s}{r})$.

2. Complétion du carré : Transformer l'équation en une forme carrée parfaite, puis résoudre.

3. Formule quadratique : Les solutions de$(ax^2 + bx + c = 0\backslash)$ sont données par :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Exemple corrigé :

Résoudre l'équation $(x^2 - 5x + 6 = 0)$.

Solution :

$$x^2 - 5x + 6 = \ implies\ (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$Les\ solutions\ sont\ (x\ =\ 2)\ et\ (x\ =\ 3).$$

4-Inéquations :

4-1 Définition

Une inéquation est une inégalité mathématique qui contient une ou plusieurs variables.

4-2 Types d'inéquations

1. Inéquations linéaires : Inéquations de la forme $(ax\ +\ b\ >\ 0), (ax\ +\ b\ <\ 0), (ax\ +\ b\ \geq 0), ou\ (ax\ +\ b\ \leq 0)$.

2. Inéquations du second degré : Inéquations de la forme$(ax^2 + bx + c > 0), (ax^2 + bx + c < 0), (ax^2 + bx + c \geq 0), ou\ (ax^2 + bx + c \leq 0)$.

5- Méthodes de résolution

- Inéquations linéaires :

Pour résoudre une inéquation linéaire, on suit les mêmes étapes que pour une équation, en gardant à l'esprit que si on multiplie ou divise par un nombre négatif, le sens de l'inégalité change.

Exemple corrigé :

Résoudre l'inéquation $(2x - 3 > 1)$.

Solution :

$$2x\ -\ 3\ >\ 1\ \Rightarrow 2x\ >\ 4\ \Rightarrow\ x\ >\ 2$$

Inéquations du second degré

Pour résoudre une inéquation du second degré, on trouve d'abord les solutions de l'équation correspondante $(ax^2 + bx + c = 0)$,puis on utilise ces solutions pour déterminer les intervalles où l'inéquation est vérifiée.

Exemple corrigé :

Résoudre l'inéquation $(x^2 - 4x + 3 > 0)$.

Solution :

L'équation associée est $(x^2 - 4x + 3 = 0)$, qui a pour solutions $(x = 1)\ et\ (x = 3)$.

La parabole $(y = x^2 - 4x + 3)$ coupe l'axe des abscisses en $(x = 1)\ et\ (x = 3)$ et est au-dessus de l'axe des abscisses pour $(x < 1)\ ou\ (x > 3)$.

Donc, $(x^2 - 4x + 3 > 0)\ pou\,r(x \in (-\infty, 1) \cup (3, \infty))$.

6- Systèmes d'équations

6-1 Définition

Un système d'équations est un ensemble de deux ou plusieurs équations à résoudre simultanément.

6-2 Types de systèmes

1. Systèmes linéaires : Systèmes de la forme :

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

2. Méthodes de résolution

Isoler une variable dans une des équations et la substituer dans l'autre.

Exemple corrigé :

Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

Solution :

1. De la première équation, $(y = 3 - x)$.

2. Substituer dans la deuxième : \($2x - (3 - x) = 0 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$).

3. Substituer $(x = 1)$ dans la première : $(1 + y = 3 \Rightarrow y = 2)$.

Donc, la solution est $(x = 1), (y = 2)$.

Méthode d'élimination

Ajouter ou soustraire les équations pour éliminer une variable.

Méthode graphique

Tracer les deux équations sur un graphique et trouver leur point d'intersection.