Exercice 1 :

Addition et Soustraction de Vecteurs

Soit $(\mathbf{u} = (4 - 1)) et (\mathbf{v} = (-23))$. Calculez :

1. $(\mathbf{u} + \mathbf{v})$

2.$(\mathbf{u} - \mathbf{v})$

Solution :

1.$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (4 + (-2) - 1 + 3) = (22)$

2.$\mathbf{u} - \mathbf{v} = (4 - (-2) - 1 - 3) = (6 - 4)$

Exercice 2 :

Produit Scalaire et $Norme\ Soit$ $(\mathbf{a} = (25)\ et\ (\mathbf{b} = (-34))$. Calculez :

1. $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$

2. La norme de $(\mathbf{a})$

3. La norme de $(\mathbf{b})$

Solution :

1. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2 \times (-3) + 5 \times 4 = -6 + 20 = 14$

2. $|\mathbf{a}| = \sqrt{2^2 + 5^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

3.$|\mathbf{b}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

Exercice 3 :

Multiplication par un Scalaire

Soit $(\mathbf{w} = (-57)). Calculez (3\mathbf{w}) et (-2\mathbf{w})$.

Solution :

1. 3 $\mathbf{w} = 3(-57) = (-1521)$

2.$-2\mathbf{w} = -2(-57) = (10 - 14)$

Exercice 4 :

Soit un triangle ABC dans le plan avec les points $(A(1,2)), (B(4,-1)) et (C(-2,3)). On\ considère\ les\ vecteurs$ $(\mathbf{AB}), (\mathbf{AC}) et (\mathbf{BC})$.

1. Trouvez les coordonnées des vecteurs $(\mathbf{AB}), (\mathbf{AC}) et (\mathbf{BC})$.

2. Calculez la norme de chacun des vecteurs ($\mathbf{AB}$), ($\mathbf{AC}$) et ($\mathbf{BC}$).

3. Montrez que le triangle ABC est un triangle isocèle.

4. Trouvez les coordonnées du point milieu du segment [AB].

5. Calculez le produit scalaire ($\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AC}$).

Solution :

1. Coordonnées des vecteurs :

$$\mathbf{AB} = (4 - 1 - 1 - 2) = (3 - 3)$$

$$\mathbf{AC} = (-2 - 13 - 2) = (-31)$$

$$\mathbf{BC} = (-2 - 43 - (-1)) = (-64)$$

2. Norme des vecteurs :

$$|\mathbf{AB}| = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$|\mathbf{AC}| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$|\mathbf{BC}| = \sqrt{(-6)^2 + 4^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

3. Pour montrer que le triangle ABC est isocèle, comparons les normes de ($\mathbf{AB}$), ($\mathbf{AC}$)et($\mathbf{BC}$).

Nous avons ($|\mathbf{AB}| = |\mathbf{AC}| = 3\sqrt{2}$) et ($|\mathbf{BC}| = 2\sqrt{13}$). Donc, les longueurs des côtés [AB] et [AC] sont égales, ce qui montre que le triangle ABC est isocèle en A.

4. Coordonnées du point milieu M de [AB] :

$$M = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{2+(-1)}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

5. Produit scalaire ($\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AC}$):

$$\mathbf{AB} \cdot \mathbf{AC} = 3 \times (-3) + (-3) \times 1 = -9 - 3 = -12$$