Exercice 1 : Calcul de la médiane

Dans un triangle (ABC), les côtés mesurent :

$$-\,(\;AB\;=\;8\;\;cm\;),$$

$$-\,(\;AC\;=\;6\;\;cm\;),$$

$$-\,(\;BC\;=\;10\;\;cm\;).$$

Trouve la longueur de la médiane issue de (A) qui coupe le côté (BC) en son milieu (M).

Solution :

La longueur de la médiane est donnée par la formule :

$$AM=\frac{1}{2}\sqrt{2AB^2+2AC^2-BC^2}$$

En remplaçant :

$$AM=\frac{1}{2}\sqrt{2(8^2)+2(6^2)-10^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2(64)+2(36)-100}$$

$$AM=\frac{1}{2}\sqrt{128+72-100}=\frac{1}{2}\sqrt{100}=\frac{1}{2}\times 10=5\,cm$$

Exercice 2 : Point de concours des hauteurs

Dans un triangle (ABC), les hauteurs issues des sommets se coupent en un point (H) appelé orthocentre. Si la hauteur issue de (A) mesure $(6\;\;cm)$, calcule la longueur des segments formés par l'orthocentre (H) et les sommets du triangle.

Solution :

Les hauteurs sont concourantes en (H). Si on connaît la longueur de l'une des hauteurs, on peut déduire la proportion des autres segments si le triangle est équilatéral. Chaque segment divise la hauteur en deux parties égales, soit \(H\) est au milieu.

Exercice 3 : Utilisation des bissectrices

Dans un triangle (ABC), les bissectrices des angles se coupent en un point \(I\), appelé centre du cercle inscrit. Les angles du triangle sont :

$$-(\hat{A}=50°),$$

$$-(\hat{B}=60°),$$

$$-(\hat{C}=70°).$$

1. Trouve les angles formés par les bissectrices avec les côtés du triangle.

2. Si le rayon du cercle inscrit est $(3 \quad cm)$, trouve la longueur des segments formés entre (I) et les côtés du triangle.

Solution :

1. Les bissectrices divisent chaque angle en deux parties égales. Ainsi :

$$\text{Angle } \widehat{AI} = \frac{50°}{2} = 25°, \quad \widehat{BI} = \frac{60°}{2} = 30°, \quad \widehat{CI} = \frac{70°}{2} = 35°$$

2. Pour calculer la distance du centre (I) aux côtés du triangle, on utilise la formule du rayon du cercle inscrit :

$$r = \frac{A}{p}$$

Où (A) est l'aire du triangle et (p) est le demi-périmètre. Pour obtenir l'aire, on applique la formule de Héron :

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Où $(a), (b), et\ (c)$ Sont les longueurs des côtés du triangle.