Exercice 1 : Équation linéaire

Résoudre l'équation ($4x - 7 = 5x + 3$).

Correction :

$$4x - 7 = 5x + 3$$

$$4x - 5x = 3 + 7$$

$$-x = 10$$

$$x = -10$$

La solution est ($x = -10$).

Exercice 2 : Inéquation du second degré

Résoudre l'inéquation ($x^2 - 6x + 5 \leq 0$).

Correction :

1. Résolvons d'abord l'équation associée : ($x^2 - 6x + 5 = 0$).

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0$$

Les solutions sont ($x = 1$) et ($x = 5$).

2. Déterminons les intervalles où l'inéquation est vérifiée.

- La parabole coupe l'axe des abscisses en ($x = 1$) et ($x = 5$).
- La parabole est en dessous de l'axe des abscisses entre ($x = 1$) et ($x = 5$).

Donc, ($x^2 - 6x + 5 \leq 0$) $pour$ ($x \in [1,5]$).

Exercice 3 : Système d'équations linéaires

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 5x - y = 7 \end{cases}$$

Correction :

1. Isolons (y) dans la deuxième équation :

$$5x - y = 7 \Rightarrow y = 5x - 7$$

2. Remplaçons (y) dans la première équation :

$$3x + 2(5x - 7) = 8$$

$$3x + 10x - 14 = 8$$

$$13x = 22$$

$$x = \frac{22}{13}$$

3. Remplaçons (x) dans l'expression de (y) :

$$y = 5 \times \frac{22}{13} - 7 = \frac{110}{13} - \frac{91}{13} = \frac{19}{13}$$

La solution est $(x = \frac{22}{13}), (y = \frac{19}{13})$.

Exercice 4 :

Soit le système suivant à trois inconnues :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 14 \\ -x + 4y - z = -2 \end{cases}$$

Résoudre ce système.

Correction :

1. Éliminons (z) entre les deux premières équations.

$$(x + y + z) - (2x - y + 3z) = 6 - 14$$

$$x + y + z - 2x + y - 3z = -8$$

$$-x + 2y - 2z = -8$$

Simplifions pour obtenir la première équation réduite :

$$x - 2y + 2z = 8 \quad (1)$$

2. Éliminons (z) entre la deuxième et la troisième équation.

$$(2x - y + 3z) - (-x + 4y - z) = 14 - (-2)$$

$$2x - y + 3z + x - 4y + z = 16$$

$$3x - 5y + 4z = 16 \quad (2)$$

3. Utilisons l'équation (1) et l'équation (2) pour éliminer une variable supplémentaire.

Multiplions (1) par 2 et (2) par 1 :

$$2(x - 2y + 2z) = 2 \times 8 \Rightarrow 2x - 4y + 4z = 16$$

$$(3x - 5y + 4z) - (2x - 4y + 4z) = 16 - 16$$

$$x - y = 0 \Rightarrow = y \quad (3)$$

4. Remplaçons $(x = y)$ dans la première équation d'origine :

$$x + x + z = 6 \Rightarrow 2x + z = 6 \quad (4)$$

Remplaçons $(x = y)$ dans la troisième équation d'origine :

$-x + 4x - z = -2 \Rightarrow 3x - z = -2 \quad (5)$

5. Résolvons (4) et (5) :

$$2x + z = 6$$

$$3x - z = -2$$

Additionnons ces deux équations :

$$(2x + z) + (3x - z) = 6 - 2$$

$$5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

$$Alors, (y = x = \frac{4}{5}).$$

Utilisons $(x = \frac{4}{5})$ dans (4) :

$$2 \times \frac{4}{5} + z = 6 \Rightarrow \frac{8}{5} + z = 6$$

$$z = 6 - \frac{8}{5} = \frac{30}{5} - \frac{8}{5} = \frac{22}{5}$$

La solution finale est $(x = \frac{4}{5}), (y = \frac{4}{5}), (z = \frac{22}{5})$.