

**Exercice 1 : Milieu d'un Segment**

Trouvez le milieu  $(M)$  du segment  $([AB])$  où  $(A(1,3,5))$  et  $(B(7,9,11))$ .

**Solution :**

Le milieu  $(M)$  est donné par :

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}, \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

Calculons les coordonnées de  $(M)$  :

$$M\left(\frac{1+7}{2}, \frac{3+9}{2}, \frac{5+11}{2}\right) = M(4,6,8)$$

**Exercice 2 : Vecteur Normal à un Plan**

Trouvez un vecteur normal au plan défini par les points  $(A(0,0,0))$ ,  $(B(1,2,3))$ , et  $(C(4,5,6))$ .

**Solution :**

1. Trouvons les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  :

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (1, 2, 3) - (0, 0, 0) = (1, 2, 3)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (4, 5, 6) - (0, 0, 0) = (4, 5, 6)$$

2. Calculons le produit vectoriel  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$  pour obtenir le vecteur normal :

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \hat{i}(2 \cdot 6 - 3 \cdot 5) - \hat{j}(1 \cdot 6 - 3 \cdot 4) + \hat{k}(1 \cdot 5 - 2 \cdot 4)$$

$$= \hat{i}(12 - 15) - \hat{j}(6 - 12) + \hat{k}(5 - 8)$$

$$= -3\hat{i} + 6\hat{j} - 3\hat{k}$$

Le vecteur normal est  $((-3, 6, -3))$ .

**Exercice 3** : Équation d'un Plan

Déterminez l'équation du plan passant par les points  $(A(1,2,3))$ ,  $(B(4,0,6))$ , et  $(C(7,8,5))$ .

**Solution** :

1. Trouvons les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  :

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (4 - 1, 0 - 2, 6 - 3) = (3, -$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (7 - 1, 8 - 2, 5 - 3) = (6, 6$$

2. Calculons le produit vectoriel  $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$  :

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -2 & 3 \\ 6 & 6 & 2 \end{vmatrix} = \hat{i}((-2) \cdot 2 - 3 \cdot$$

$$= \hat{i}(-4 - 18) - \hat{j}(6 - 18) + \hat{k}(18 + 12)$$

$$= -22\hat{i} + 12\hat{j} + 30\hat{k}$$

Le vecteur normal est  $(-22, 12, 30)$ .

3. L'équation du plan est :

$$-22(x - 1) + 12(y - 2) + 30(z - 3) = 0$$

En simplifiant, nous obtenons :

$$-22x + 12y + 30z - 22 + 24 - 90 = 0 \Rightarrow -22x + 12y + 30z - 88 = 0$$

