Exercice 1 : Volume d'une pyramide

Soit une pyramide dont la base est un triangle équilatéral de côté 6 cm et dont la hauteur est de 10 cm. Calcule le volume de la pyramide.

Correction :

1. Calcul de l'aire de la base (triangle équilatéral) :

- La formule de l'aire d'un triangle équilatéral est :

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2$$

Où (a) est la longueur du côté du triangle.

- Ici, ($a = 6\,\mathrm{cm}$), donc :

$$A_b = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 = 9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$$

En prenant ($\sqrt{3} \approx 1{,}732$),on obtient :

$$A_b \approx 9 \times 1{,}732 = 15{,}588\,\mathrm{cm}^2$$

2. Calcul du volume de la pyramide :

$$V = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times 15{,}588 \times 10 = 51{,}96\,\mathrm{cm}^3$$

Le volume de la pyramide est d'environ ($51{,}96\,\mathrm{cm}^3$).

Exercice 2 : Surface latérale et volume d'un cône

Un cône de révolution a une hauteur de 8 cm et un rayon de base de 5 cm. Calcule :

1. La surface latérale du cône.

2. Le volume du cône.

Correction :

1. Surface latérale :

- La génératrice (g) est donnée par :

$g = \sqrt{r^2 + h^2}$

Où (r) est le rayon de la base et (h) la hauteur.

- Ici, ($r = 5\,\mathrm{cm}$)et($h = 8\,\mathrm{cm}$),donc :

$$g = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{25 + 64} = \sqrt{89} \approx 9{,}43\,\mathrm{cm}$$

- La surface latérale est donnée par :

$$S_{\text{lat}} = \pi r g = \pi \times 5 \times 9{,}43 \approx 148{,}03\,\text{cm}^2$$

2. Volume :

- Le volume du cône est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 8 = \frac{1}{3}\pi \times 25 \times 8 = \frac{200\pi}{3}\ \text{cm}^3$$

En prenant ($\pi \approx 3{,}14$), on obtient :

$$V \approx \frac{200 \times 3{,}14}{3} = 209{,}33\,\text{cm}^3$$

La surface latérale du cône est d'environ ($148{,}03\,\text{cm}^2$) et le volume est d'environ ($209{,}33\,\text{cm}^3$).

Exercice 3 : Calcul d'un volume combiné

On combine une pyramide et un cône. La pyramide a une base carrée de côté 6 cm et une hauteur de 12 cm. Le cône a une hauteur de 10 cm et un rayon de 3 cm. Les deux solides sont superposés : le cône est placé au sommet de la pyramide. Calcule le volume total du solide.

Correction :

1. Volume de la pyramide :

- L'aire de la base carrée est :

$$A_b = 6^2 = 36\,\text{cm}^2$$

- Le volume de la pyramide est donc :

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times 36 \times 12 = 144\,\text{cm}^3$$

2. Volume du cône :

- Le volume du cône est donné par la formule :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 10 = \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 10 = 30\pi\,\text{cm}^3$$

En prenant ($\pi \approx 3{,}14$), on obtient :

$$V_{\text{cône}} \approx 30 \times 3{,}14 = 94{,}2\,\text{cm}^3$$

3. Volume total :

$$V_{\text{total}} = V_{\text{pyramide}} + V_{\text{cône}} = 144 + 94{,}2 = 238{,}2\,\text{cm}^3$$

Le volume total du solide est de ($238{,}2\,\text{cm}^3$).