Exercice 1 : Translation

Trouvez l'image du point ($A(3,-1)$) par une translation de vecteur $\vec{v}$= (5,2).

Solution :

Pour appliquer une translation, nous ajoutons les coordonnées du vecteur $\vec{v}$= (5,2) aux coordonnées du point ($A(3,-1)$).

Donc, l'image de ($A(3,-1)$) par la translation de vecteur $\vec{v}$= (5, 2) est le point ($A'(8,1)$).

Exercice 2 : Rotation

Trouvez l'image du point ($B(-2,3)$) par une rotation de (90°) autour de l'origine ($O(0,0)$).

Solution :

Pour une rotation de (90°) autour de l'origine, les nouvelles coordonnées sont obtenues en appliquant la transformation ($(x', y') = (-y, x)$).

$$B' = (-y, x) = (-3, -2)$$

Donc, l'image de ($B(-2,3)$) par une rotation de (90°) autour de ($O(0,0)$) est le point ($B'(-3,-2)$).

Exercice 3 : Symétrie Axiale

Trouvez l'image du point ($C(4,6)$) par la symétrie axiale par rapport à l'axe des abscisses (axe (x)).

Solution :

Pour une symétrie axiale par rapport à l'axe (x), la coordonnée (y) change de signe, tandis que la coordonnée (x) reste la même.

$$C' = (x, -y) = (4, -6)$$

Donc, l'image de ($C(4,6)$) par la symétrie axiale par rapport à l'axe (x) est le point ($C'(4,-6)$).

Exercice 4 : Symétrie Centrale

Trouvez l'image du point ($D(-3,5)$) par une symétrie centrale de centre ($O(0,0)$).

Solution :

Pour une symétrie centrale de centre ($O(0,0)$), les coordonnées du point sont toutes deux inversées de signe.

$$D' = (-x, -y) = (3, -5)$$

Donc, l'image de ($D(-3,5)$) par une symétrie centrale de centre ($O(0,0)$) est le point ($D'(3,-5)$).

Exercice 5 : Homothétie

Trouvez l'image du point ($E(2,-3)$) par une homothétie de centre ($O(0,0)$) et de rapport

$$(k = 3).$$

Solution :

Pour une homothétie de centre ($O(0,0)$) et de rapport (k), les coordonnées du point sont multipliées par (k).

$$E' = (kx, ky) = (3 \times 2, 3 \times -3) = (6, -9)$$

Donc, l'image de ($E(2,-3)$) par une homothétie de centre ($O(0,0)$) et de rapport (3) est le point ($E'(6,-9)$).

Exercice 6 :

Considérez un triangle (ABC) avec ($A(1,2)$), ($B(4,3)$), et ($C(-2,-1)$). Effectuez successivement les transformations suivantes :

1. Appliquez une translation de vecteur $\underset{u}{\rightarrow}$= (2, -1) .

2. Faites une rotation de ($180^{\backslash circ}$) autour de l'origine ($O(0,0)$).

3. Réalisez une homothétie de centre ($O(0,0)$) et de rapport $k = -\frac{1}{2}$.

Solution :

1 : Translation de vecteur $\underset{u}{\rightarrow}$ = (2, -1)

$$-\ Pour\ (\ A(1,2)),l'image\ est\ (\ A'(1+2,2-1) = (3,1)).$$

$$-\ Pour\ (\ B(4,3)),l'image\ est\ (\ B'(4+2,3-1) = (6,2)).$$

$$-\ Pour\ (\ C(-2,-1)),l'image\ est\ (\ C'(-2+2,-1-1) = (0,-2)).$$

Les nouveaux points après la translation sont : ($A'(3,1)$), ($B'(6,2)$), ($C'(0,-2)$).

2 : Rotation de (180°) $autour\ de$ ($O(0,0)$)

$$-\ Pour\ (\ A'(3,1)),l'image\ est\ (\ A''(-3,-1)).$$

$$-\ Pour\ (\ B'(6,2)),l'image\ est\ (\ B''(-6,-2)).$$

$$-\ Pour\ (\ C'(0,-2)),l'image\ est\ (\ C''(0,2)).$$

Les nouveaux points après la rotation sont : ($A''(-3,-1)$), ($B''(-6,-2)$), ($C''(0,2)$).

3 : Homothétie de centre ($O(0,0)$) et de rapport ($k = -\frac{1}{2}$)

$$-Pour(A''(-3,-1)),l'imageest(A'''\left(-\frac{1}{2}\times -3,-\frac{1}{2}\times -1\right) = \left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)).$$

$$-Pour(B''(-6,-2)), l'imageest(B'''\left(-\frac{1}{2}\times -6, -\frac{1}{2}\times -2\right) = (3,1)).$$

$$-Pour(C''(0,2)), l'imageest(C'''\left(-\frac{1}{2}\times 0, -\frac{1}{2}\times 2\right) = (0,-1)).$$

Les nouveaux points après l'homothétie sont : $(A'''\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)), (B'''(3,1)), (C'''(0,-1))$.

Le triangle initial (ABC) après avoir subi successivement une translation, une rotation, et une homothétie, a ses nouveaux sommets en$(A'''\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)), (B'''(3,1))$, et $(C'''(0,-1))$. Ce processus démontre l'application de plusieurs transformations géométriques en une séquence, montrant comment chaque transformation affecte les coordonnées des points dans le plan.