

Exercice 1 : Application du théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle (ABC) , $(AB = 9) \text{ cm}$, $(AC = 12) \text{ cm}$. Calculer la longueur de l'hypoténuse (BC) .

Solution :

Utilisons le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

$$BC = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

Résultat : L'hypoténuse (BC) mesure $(15) \text{ cm}$.

Exercice 2 : Calcul du rayon du cercle circonscrit

Dans le même triangle (ABC) où $(AB = 9) \text{ cm}$, $(AC = 12) \text{ cm}$, et $(BC = 15) \text{ cm}$, calcule le rayon du cercle circonscrit.

Solution :

Le rayon du cercle circonscrit est la moitié de l'hypoténuse :

$$\text{Rayon} = \frac{BC}{2} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ cm}$$

Résultat : Le rayon du cercle circonscrit est de $(7.5) \text{ cm}$.

Exercice 3 : Trigonométrie dans le triangle rectangle

Soit un triangle rectangle (DEF) avec $(DE = 6) \text{ cm}$, $(DF = 10) \text{ cm}$ et $(\hat{D} = 90^\circ)$. Calculer le sinus et le cosinus de l'angle (\hat{E}) .

Solution :

L'hypoténuse est $(DF = 10) \text{ cm}$. Il nous faut déterminer la longueur de (EF) en utilisant le théorème de Pythagore :

$$EF^2 = DF^2 - DE^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

$$EF = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

Maintenant, calculons les valeurs trigonométriques :

$$\sin(\hat{E}) = \frac{\text{côté opposé à } \hat{E}}{\text{hypoténuse}} = \frac{DE}{DF} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\cos(\hat{E}) = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{E}}{\text{hypoténuse}} = \frac{EF}{DF} = \frac{8}{10} = 0.8$$

Résultat: $(\sin(\hat{E}) = 0.6), (\cos(\hat{E}) = 0.8)$.

Exercice 4 : Résolution d'un problème complexe

Soit un triangle rectangle (ABC) , avec $(AB = 8)$ cm et $(AC = 6)$ cm. On veut :

1. Trouver la longueur de l'hypoténuse (BC) .
2. Calculer le rayon du cercle circonscrit.
3. Déterminer les angles (\hat{A}) et (\hat{B}) en utilisant la trigonométrie.
4. Vérifier que la somme des angles du triangle est bien (180°) .

Solution :

1. Longueur de l'hypoténuse (BC) :

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Résultat : L'hypoténuse mesure (10) cm.

2. Rayon du cercle circonscrit :

Le rayon du cercle circonscrit est la moitié de l'hypoténuse :

$$\text{Rayon} = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

Résultat : Le rayon du cercle est de (5) cm.

3. Calcul des angles (\hat{A}) et (\hat{B}) :

Utilisons les fonctions trigonométriques pour déterminer les angles.

- Pour l'angle (\hat{A}) :

$$\sin(\hat{A}) = \frac{AC}{BC} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\hat{A} = \arcsin(0.6) \approx 36.87^\circ$$

- Pour l'angle (\hat{B}) :

$$\cos(\hat{A}) = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} = 0.8$$

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{A} = 90^\circ - 36.87^\circ \approx 53.13^\circ$$

Résultat : ($\hat{A} \approx 36.87^\circ$), ($\hat{B} \approx 53.13^\circ$).

4. Vérification de la somme des angles :

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à (180°).

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 36.87^\circ + 53.13^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Résultat : La somme des angles est bien égale à (180°).