## Exercice 1 : Produit Scalaire et Orthogonalité

Soient les vecteurs $(\vec{u} = (2,3)) et (\vec{v} = (-3,2))$.

1. Calculer le produit scalaire $(\vec{u} \cdot \vec{v})$.

2. Déterminer si les vecteurs $(\vec{u}) et (\vec{v})$ sont orthogonaux.

### Correction

1. Calcul du produit scalaire :

$$[\vec{u} \cdot \vec{v} = (2 \times -3) + (3 \times 2) = -6 + 6 = 0]$$

2. Puisque $(\vec{u} \cdot \vec{v} = 0), les\ vecteurs\ (\vec{u})\ \ et\ (\vec{v})$ sont orthogonaux.

## Exercice 2 : Calcul de Norme et Angles

Soient les vecteurs $(\vec{a} = (4,0))\ et\ (\vec{b} = (2,2))$.

1. Calculer les normes de $(\vec{a})\ et(\ \vec{b})$.

2. Calculer le produit scalaire $(\vec{a} \cdot \vec{b})\ et\ en\ \ déduirel'angle\ (\theta)\ entre\ (\vec{a})\ et\ (\vec{b})$.

### Correction

1. Calcul des normes :

$$[|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4, \quad |\vec{b}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}]$$

2. Calcul du produit scalaire :

$$[\vec{a} \cdot \vec{b} = (4 \times 2) + (0 \times 2) = 8]$$

Utilisation de la formule du cosinus pour trouver $(\theta)$ :

$$[\cos(\theta) = \frac{8}{4 \times 2\sqrt{2}} = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

Donc, $(\theta = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45°)$.

## Exercice 3 : Application Compliquée du Produit Scalaire

Dans un triangle ABC rectangle en A, les coordonnées des points sont A(0, 0), B(6, 0) et C(0, 8).

1. Montrer que le triangle est rectangle en A.

2. Calculer le produit scalaire des vecteurs $(\overrightarrow{AB}) et (\overrightarrow{AC})$.

3. Calculer la projection orthogonale du point C sur la droite (AB).

4. Déterminer la longueur de la hauteur issue de C.

## Correction

1. Vérification que le triangle est rectangle en A :

Les vecteurs ($\overrightarrow{AB} = (6,0)) \ et \ (\overrightarrow{AC} = (0,8)$) sont orthogonaux car:

$$[\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (6 \times 0) + (0 \times 8) = 0]$$

2. Produit scalaire ($\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$): déjà calculé ci-dessus, ($\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$).

3. Projection orthogonale de C sur la droite (AB) :

L'équation de la droite (AB) est y = 0. La projection de C(0, 8) sur cette droite est le point D(0, 0).

4. Longueur de la hauteur issue de C : c'est la distance de C à D, donc ($|CD| \ = \ 8$).