

Géométrie dans l'Espace

Notions de Base

1. Vecteurs et coordonnées :

- Un vecteur est défini par ses coordonnées dans un repère.
- Les coordonnées d'un point dans l'espace (A) sont notées $(A(x, y, z))$.

2. Plans et Droites :

- Une droite est déterminée par deux points distincts.
- Un plan peut être défini par trois points non alignés.

Exemples Corrigés

Exemple 1 : Coordonnées d'un Point

Trouvez les coordonnées du point (B) si (B) est le milieu du segment(AC), où (A(2,4,6))et (C(4,8,10)).

Solution :

Le milieu (M) d'un segment ([AC]) est donné par :

$$M\left(\frac{x_A + x_C}{2}, \frac{y_A + y_C}{2}, \frac{z_A + z_C}{2}\right)$$

Calculons les coordonnées de (B) :

$$B\left(\frac{2 + 4}{2}, \frac{4 + 8}{2}, \frac{6 + 10}{2}\right) = B(3,6,8)$$

Exemple 2 : Équation d'un Plan

Déterminez l'équation du plan passant par les points (A(1,2,3)), (B(2,3,4)), et (C(3,2,1)).

Solution :

1. Trouvons les vecteur \vec{AB} et \vec{AC}

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (2 - 1, 3 - 2, 4 - 3) = (1, 1, 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = C - A = (3 - 1, 2 - 2, 1 - 3) = (2, 0, -2)$$

2. Le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ donne le vecteur normal au plan.

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = \hat{i}(1 \cdot -2 - 1 \cdot 0)$$

$$= -2\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

Le vecteur normal est $(-2, 4, -2)$.

3. L'équation du plan est donnée par :

$$-2(x - 1) + 4(y - 2) - 2(z - 3) = 0$$

En simplifiant, on obtient :

$$-2x + 4y - 2z + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 2y + z - 2 = 0$$