

# Introduction aux nombres réels

## 1. Définition des Nombres Réels

Les nombres réels représentent l'ensemble des nombres qui peuvent être trouvés sur la droite numérique. Cet ensemble inclut :

- **Les nombres rationnels ( $\mathbb{Q}$ )** : nombres qui peuvent être écrits sous forme de fraction  $\left(\frac{a}{b}\right)$ , où  $(a)$  et  $(b)$  sont des entiers et  $(b \neq 0)$ .
- **Les nombres irrationnels** : nombres qui ne peuvent pas être exprimés sous forme de fraction. Par exemple,  $(\pi)$  et  $(\sqrt{2})$ .

## 2. Les sous-ensembles des nombres réels

- **Les nombres naturels ( $\mathbb{N}$ )** :  $(0, 1, 2, 3, \dots)$
- **Les nombres entiers ( $\mathbb{Z}$ )** :  $(\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots)$
- **Les nombres rationnels ( $\mathbb{Q}$ )** :  $\left(\frac{a}{b}\right)$ , où  $(a \in \mathbb{Z})$  et  $(b \in \mathbb{N}^*)$ .
- **Les nombres irrationnels** :  $(\sqrt{2}, \pi, \dots)$

## 3. Représentation des Nombres Réels

Les nombres réels peuvent être représentés sur une droite graduée. Chaque point sur cette droite correspond à un nombre réel. Entre deux nombres rationnels, il existe toujours un autre nombre réel (irrationnel).

## 4. Les propriétés des nombres réels

Les nombres réels respectent les propriétés suivantes :

- **Commutativité** :  $(a + b = b + a)$  et  $(a \times b = b \times a)$
- **Associativité** :  $((a + b) + c = a + (b + c))$  et  $((a \times b) \times c = a \times (b \times c))$
- **Distributivité** :  $(a \times (b + c) = a \times b + a \times c)$

## 5. Ordre dans ( $\mathbb{R}$ )

Dans l'ensemble des réels, on peut comparer les nombres. Par exemple, si  $(a < b)$ , cela signifie que  $(a)$  est plus petit que  $(b)$  sur la droite numérique.

**Exemple 1 :** Représentation des nombres sur une droite numérique

Représentez les nombres  $(\sqrt{2}, 3, \frac{1}{2}, \pi)$  sur une droite numérique.

**Solution :**

$$-(\sqrt{2} \approx 1,41)$$

$$-(\pi \approx 3,14)$$

$$-(\frac{1}{2} = 0,5)$$

$$-(3 = 3)$$

Les nombres sont positionnés de gauche à droite selon leur valeur sur la droite numérique.

**Exemple 2 :** Trouver l'ensemble du nombre réel

Classer les nombres suivants dans les ensembles  $(N, Z, Q, R)$ :  $(-5, \frac{4}{3}, 7, \sqrt{2}, \pi)$ .

**Solution :**

$$-(-5 \in Z \subset Q \subset R)$$

$$-(\frac{4}{3} \in Q \subset R)$$

$$-(7 \in N \subset Z \subset Q \subset R)$$

$$-(\sqrt{2} \in R)(\text{irrationnel})$$

$$-(\pi \in R)(\text{irrationnel})$$

**Exemple 3 :** Calculer la somme de deux nombres réels

Calculez  $(\sqrt{2} + \pi)$ .

**Solution :**

- Approximations :  $(\sqrt{2} \approx 1,41)$  et  $(\pi \approx 3,14)$ .

- Donc,  $(\sqrt{2} + \pi \approx 1,41 + 3,14 = 4,55)$ .