

Pyramide et Cône de Révolution

1. Pyramide

Une pyramide est un solide géométrique dont la base est un polygone et dont les faces latérales sont des triangles ayant un sommet commun appelé le sommet de la pyramide.

Propriétés :

- **La base** de la pyramide est un polygone (triangle, carré, pentagone, etc.).
- **Les faces latérales** sont des triangles.
- **Le sommet** est un point commun à toutes les faces latérales.
- **La hauteur** de la pyramide est la distance perpendiculaire entre le sommet et la base.

Formule du volume de la pyramide :

Si (A_b) est l'aire de la base et (h) la hauteur de la pyramide, le volume (V) est donné par :

$$V = \frac{1}{3} A_b \times h$$

Exemple corrigé 1 : Volume d'une pyramide à base carrée

Soit une pyramide de base carrée de côté 4 cm et de hauteur 9 cm. Calcule le volume de la pyramide.

Solution :

- Aire de la base (carré) : ($A_b = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$)
- Hauteur ($h = 9 \text{ cm}$)

Le volume est donc :

$$V = \frac{1}{3} \times 16 \times 9 = \frac{144}{3} = 48 \text{ cm}^3$$

2. Cône de Révolution

Un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.

Propriétés :

- **La base** du cône est un disque.
- **Le sommet** est le point opposé à la base.
- **La hauteur** du cône est la distance entre le sommet et le centre de la base.
- **Le génératrice** est la distance entre le sommet et un point quelconque du bord de la base.

Formule du volume du cône :

Si (r) est le rayon de la base et (h) la hauteur du cône, le volume (V) est donné par :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

Exemple corrigé 2 : Volume d'un cône

Soit un cône de révolution dont la hauteur est de 12 cm et le rayon de la base est de 5 cm. Calcule le volume du cône.

Solution :

- Rayon de la base ($r = 5$ cm)
- Hauteur ($h = 12$ cm)

Le volume est :

$$V = \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 12 = \frac{1}{3}\pi \times 25 \times 12 = \frac{300\pi}{3} = 100\pi \text{ cm}^3$$

En utilisant ($\pi \approx 3,14$), on obtient :

$$V \approx 100 \times 3,14 = 314 \text{ cm}^3$$

3. Comparaison Pyramide et Cône

- La pyramide peut avoir différentes formes de bases (polygones), alors que la base du cône est toujours un disque.
- Le calcul du volume est similaire, mais la formule du cône fait intervenir (π) à cause de la base circulaire.

Exemple corrigé 3 : Comparaison des volumes

Calcule le volume d'une pyramide à base carrée de côté 6 cm et de hauteur 10 cm, et compare-le au volume d'un cône de même hauteur et de rayon 6 cm.

Solution :

- Volume de la pyramide :

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 10 = \frac{1}{3} \times 36 \times 10 = 120 \text{ cm}^3$$

- Volume du cône :

$$V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 10 = \frac{1}{3} \pi \times 36 \times 10 = 120\pi \text{ cm}^3$$

En prenant ($\pi \approx 3,14$), on obtient :

$$V_{\text{cône}} \approx 120 \times 3,14 = 376,8 \text{ cm}^3$$

Le volume du cône est donc plus grand que celui de la pyramide.