

Théorème de Pythagore

1. Énoncé

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

2. Formulation mathématique

Soit un triangle rectangle (ABC) avec l'angle droit en (A). On note :

- ($AB = c$) (hypoténuse)

- ($AC = a$)

- ($BC = b$)

Le théorème de Pythagore s'exprime ainsi :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Application

Pour utiliser le théorème, il suffit de connaître les longueurs de deux côtés du triangle pour trouver la longueur du troisième côté.

Exemple 1

Dans un triangle rectangle (ABC) avec (AB) comme hypoténuse, si ($AC = 3$) cm et ($BC = 4$) cm, calculez (AB).

1. Appliquons le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

2. Remplaçons par les valeurs :

$$AB^2 = 3^2 + 4^2$$

3. Calculons :

$$AB^2 = 9 + 16 = 25$$

4. Donc :

$$AB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

Exemple 2

Dans un triangle rectangle (XYZ), avec (XY) comme hypoténuse, si ($XZ = 5$) cm et ($YZ = 12$) cm, trouvez (XY).

1. Appliquons le théorème de Pythagore :

$$XY^2 = XZ^2 + YZ^2$$

2. Remplaçons par les valeurs :

$$XY^2 = 5^2 + 12^2$$

3. Calculons :

$$XY^2 = 25 + 144 = 169$$

4. Donc :

$$XY = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

Exercices

1. Dans un triangle rectangle (ABC), si ($AC = 6$) cm et ($BC = 8$) cm, trouvez (AB).

2. Dans un triangle rectangle (DEF), si ($DE = 9$) cm et ($EF = 12$) cm, trouvez (DF).

Corrigé d'exercice

1. $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$AB^2 = 6^2 + 8^2$$

$$AB^2 = 36 + 64 = 100$$

$$AB = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

2. $DF^2 = DE^2 + EF^2$

$$DF^2 = 9^2 + 12^2$$

$$DF^2 = 81 + 144 = 225$$

$$DF = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$