

Théorème de Thalès

1. Énoncé

Si deux droites sont parallèles et coupent deux autres droites, alors les segments qu'elles déterminent sur ces deux droites sont proportionnels.

2. Formulation mathématique

Soit deux droites parallèles $((d_1))$ et $((d_2))$ coupées par deux autres droites $((d))$ et $((d'))$ en quatre points (A) , (B) , (C) , et (D) .

Les points (A) et (B) sont sur $((d))$, et les points (C) et (D) sont sur $((d'))$. On a alors :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$$

3. Application du théorème

Pour utiliser le théorème de Thalès, on peut établir des rapports de longueurs entre les segments déterminés par les points d'intersection.

Exemple 1

Soit (A) et (B) deux points sur une droite, et (C) et (D) deux points sur une autre droite parallèle à (AB) . Supposons que :

- $(AB = 6) \text{ cm}$

- $(AD = 4) \text{ cm}$

- $(DC = 2) \text{ cm}$

Calculez (BC) .

1. On sait que :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$$

2. Remplaçons les valeurs connues :

$$\frac{6}{BC} = \frac{4}{2}$$

3. Simplifions le rapport :

$$\frac{6}{BC} = 2$$

4. En multipliant en croix :

$$6 = 2 \times BC \Rightarrow BC = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

Exemple 2

Dans un triangle (ABC) avec (D) et (E) des points sur (AB) et (AC) respectivement tels que $(DE \parallel BC)$. Supposons que :

- $(AD = 3) \text{ cm}$

- $(DB = 6) \text{ cm}$

- $(AE = 4) \text{ cm}$

- On cherche (EC) .

1. Par le théorème de Thalès :

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

2. Remplaçons les valeurs connues :

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{EC}$$

3. Simplifions le rapport :

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{EC}$$

4. En multipliant en croix :

$$EC = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$$

Exercices

1. Dans un triangle (XYZ) , les points (P) et (Q) sont tels que $(PQ \parallel XZ)$. Si $(XP = 5) \text{ cm}$, $(PY = 10) \text{ cm}$, et $(XQ = 3) \text{ cm}$, trouvez (QY) .

2. Dans un quadrilatère $(ABCD)$, les droites $((AB))$ et $((CD))$ sont parallèles. Si

$(AB = 8) \text{ cm}$, $(AD = 5) \text{ cm}$, et $(DC = 10) \text{ cm}$, trouvez (BC) .

Corrigés des exercices

1. $\frac{XP}{PY} = \frac{XQ}{QY}$

$$\frac{5}{10} = \frac{3}{QY} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{QY}$$

En multipliant en croix :

$$QY = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

$$2. \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DC}$$

$$\frac{8}{BC} = \frac{5}{10}$$

Simplifions le rapport :

$$\frac{8}{BC} = \frac{1}{2}$$

En multipliant en croix :

$$8 \times 2 = BC \quad \Rightarrow \quad BC = 16 \text{ cm}$$