Triangles Isométriques et Triangles Semblables

I. Triangles Isométriques

Définition

Deux triangles sont dits isométriques s'ils ont des côtés de même longueur et des angles de même mesure. Cela signifie qu'ils peuvent être superposés exactement.

Propriétés

- Les triangles isométriques ont :

- Les mêmes longueurs de côtés.
- Les mêmes mesures d'angles.

- Les cas de congruence (isométrie) sont souvent notés comme suit :

- Côté-Côté-Côté (CCC)
- Côté-Angle-Côté (CAC)
- Angle-Côté-Angle (ACA)

II. Triangles Semblables

Définition

Deux triangles sont dits semblables s'ils ont les mêmes angles et leurs côtés correspondants sont en proportion. Cela signifie qu'ils ont la même forme, mais pas nécessairement la même taille.

Propriétés

- Les triangles semblables ont :

- Les mêmes mesures d'angles (angles correspondants égaux).
- Les longueurs des côtés correspondants en proportion.

- Les cas de similitude sont notés comme suit :

- Angle-Angle (AA)
- Côté-Angle-Côté (CAC)
- Côté-Côté (CCC) (pour les longueurs en proportion).

Exemple 1 : Triangles Isométriques

Montrer que les triangles (ABC) et (DEF) sont isométriques si :

- ($AB = DE = 5\,\mathrm{cm}$)

-($AC = DF = 7\,\mathrm{cm}$)

-($\angle ACB = \angle DFE = 60°$)

Correction :

Nous avons ($AB \ = \ DE$), ($AC \ = \ DF$) et ($\angle ACB \ = \ \angle DFE$).

Utilisons le critère Côté-Angle-Côté (CAC) :

- Les triangles (ABC) et (DEF) sont isométriques.

Les triangles (ABC) et (DEF) sont isométriques.

Exemple 2 : Triangles Semblables

Montrer que les triangles (PQR) et (STU) sont semblables si :

- ($\angle PQR = \angle STU = 70°$)

-($\angle QRP = \angle UTS = 50°$)

Correction :

Nous avons deux angles égaux :

1. ($\angle PQR \ = \ \angle STU$)

2. ($\angle QRP \ = \ \angle UTS$)

En utilisant le critère Angle-Angle (AA) :

- Les triangles (PQR) et (STU) sont semblables.

Les triangles (PQR) et (STU) sont semblables.

Exercice 1 : Montrer que les triangles (XYZ) et (ABC) sont isométriques si :

- ($XY = AB = 6\,\mathrm{cm}$)

-($XZ = AC = 8\,\mathrm{cm}$)

-($\angle XYZ = \angle ABC = 90°$)

Correction :

Utilisons le critère CAC :

- Les triangles sont isométriques.

Exercice 2 : Montrer que les triangles $(DEF)\ et\ (GHI)$ sont semblables si :

- $(\angle DEF = 40°)$

-$(\angle EFD = 60°)$

Correction :

Puisque $(\angle DEF + \angle EFD + \angle FED = 180°)$,nous pouvons calculer $(\angle FED)$ et montrer que les deux triangles sont semblables par le critère AA.