

Triangles rectangles et trigonométrie

1. Définitions

- 1. Triangle rectangle** : Un triangle qui a un angle de (90°).
- 2. Hypoténuse** : Le côté opposé à l'angle droit, c'est le plus long côté d'un triangle rectangle.
- 3. Côtés adjacents** : Les deux autres côtés qui forment l'angle droit.

2. Trigonométrie dans le triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, on utilise les fonctions trigonométriques suivantes :

- **Sinus** ((sin)):

$$\sin(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

- **Cosinus** ((cos)):

$$\cos(\theta) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

- **Tangente**((tan)):

$$\tan(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

Exemple 1

Dans un triangle rectangle (ABC), avec (A) l'angle droit, si ($AB = 6$) cm (côté adjacent) et ($AC = 8$) cm (hypoténuse), calculez (BC) (côté opposé).

1. Application du théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$8^2 = 6^2 + BC^2$$

$$64 = 36 + BC^2$$

$$BC^2 = 64 - 36 = 28 \quad \Rightarrow \quad BC = \sqrt{28} \approx 5.29 \text{ cm}$$

Exemple 2

Dans le même triangle (ABC), calculez les valeurs des fonctions trigonométriques suivantes pour l'angle(θ) (telque ($\theta = \angle ACB$)).

1. Calculons les fonctions trigonométriques :

- Sinus :

$$\sin(\theta) = \frac{BC}{AC} = \frac{5.29}{8} \approx 0.661$$

- Cosinus :

$$\cos(\theta) = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = 0.75$$

- Tangente :

$$\tan(\theta) = \frac{BC}{AB} = \frac{5.29}{6} \approx 0.882$$

Exercices

1. Dans un triangle rectangle (DEF) avec ($DE = 10$) cm (hypoténuse) et

(DF

= 6) cm (côté adjacent), trouvez (EF) (côté opposé) et calculez (sin), (cos), et (tan) pour l'angle ($\theta = \angle EDF$).

2. Dans un triangle rectangle (GHI) avec ($GH = 5$) cm (côté opposé) et ($HI = 13$) cm (hypoténuse), trouvez (GI) (côté adjacent) et calculez les fonctions trigonométriques.

Corrigés des exercices

1- Calculer (EF) :

$$DE^2 = DF^2 + EF^2$$

$$10^2 = 6^2 + EF^2$$

$$100 = 36 + EF^2$$

$$EF^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow EF = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

- Calculer les fonctions trigonométriques :

- Sinus :

$$\sin(\theta) = \frac{EF}{DE} = \frac{8}{10} = 0.8$$

- Cosinus :

$$\cos(\theta) = \frac{DF}{DE} = \frac{6}{10} = 0.6$$

- Tangente :

$$\tan(\theta) = \frac{EF}{DF} = \frac{8}{6} \approx 1.333$$

2 - Calculer (GI) :

$$HI^2 = GH^2 + GI^2$$

$$13^2 = 5^2 + GI^2$$

$$169 = 25 + GI^2$$

$$GI^2 = 169 - 25 = 144 \quad \Rightarrow \quad GI = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

- Calculer les fonctions trigonométriques :

- **Sinus :**

$$\sin(\theta) = \frac{GH}{HI} = \frac{5}{13} \approx 0.385$$

- **Cosinus :**

$$\cos(\theta) = \frac{GI}{HI} = \frac{12}{13} \approx 0.923$$

- **Tangente :**

$$\tan(\theta) = \frac{GH}{GI} = \frac{5}{12} \approx 0.417$$