Trigonométrie 1 : Règles du Calcul Trigonométrique

1. Introduction à la Trigonométrie

La trigonométrie est une branche des mathématiques qui étudie les relations entre les angles et les longueurs des triangles. Les fonctions trigonométriques sont utilisées pour modéliser des phénomènes périodiques.

Mesure des Angles :

- Degré : Un angle droit est divisé en 90 degrés (°). Un cercle complet est 360°.

- Radian : Un radian est l'angle subtendu au centre d'un cercle par un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle. Un cercle complet est (2π) radians.

2. Fonctions Trigonométriques de Base

Les fonctions trigonométriques principales sont définies par rapport à un angle dans un triangle rectangle.

- Sinus (sin) : $(\sin(\theta) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}})$

- Cosinus (cos) : $(\cos(\theta) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}})$

$-$Tangente(tan): $(\tan(\theta) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}})$

-Cotangente(cot): $(\cot(\theta) = \frac{1}{\tan(\theta)} = \frac{\text{adjacent}}{\text{opposé}})$

-Sécante(sec): $(\sec(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)})$

-Cosécante(csc): $(\csc(\theta) = \frac{1}{\sin(\theta)})$

3. Règles du Calcul Trigonométrique

Les identités trigonométriques sont des équations qui sont vraies pour toutes les valeurs des variables.

- Identité fondamentale :$(\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1)$

- Tangente et cotangente : $(\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)})$, $(\cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)})$

- Sécante et cosécante : $(\sec^2(\theta) = 1 + \tan^2(\theta))$, $(\csc^2(\theta) = 1 + \cot^2(\theta))$

Formules de Réduction :

$$-(\sin(-\theta) = -\sin(\theta))$$

$$-(\cos(-\theta) = \cos(\theta))$$

$$-(\tan(-\theta) = -\tan(\theta))$$

Formules de Somme et Différence :

$$-(\sin(a \pm b) = \sin(a)\cos(b) \pm \cos(a)\sin(b))$$

$$-(\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \sin(a)\sin(b))$$

$$-(\tan(a \pm b) = \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a)\tan(b)})$$

Formules de Double Angle :

$$-(\sin(2\theta) = 2\sin(\theta)\cos(\theta))$$

$$-(\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2(\theta))$$

$$-(\tan(2\theta) = \frac{2\tan(\theta)}{1 - \tan^2(\theta)})$$

Formules de Demi-Angle :

$$-(\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos(\theta)}{2})$$

$$-(\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 + \cos(\theta)}{2})$$

4. Utilisation des Formules Trigonométriques

Les formules trigonométriques sont utilisées pour simplifier les expressions et résoudre les équations trigonométriques.

Exemple 1 : Utilisation des Formules de Somme et Différence

Simplifier l'expression : $(\sin(45° + x))$.

Solution :

$$\sin(45° + x) = \sin(45°)\cos(x) + \cos(45°)\sin(x)$$

$$Sachant\ que(\sin(45°) = \cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}),$$

$$\sin(45^\circ + x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos(x) + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin(x)$$

Donc,

$$\sin(45^\circ + x) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(x) + \sin(x))$$

Exemple 2 : Simplification d'une Expression Trigonométrique

Simplifier l'expression :($\frac{\sin^2(x)-\cos^2(x)}{\sin(x)\cos(x)}$).

Solution :

Utilisons l'identité ($\sin^2(x) - \cos^2(x) = -\cos(2x)$)$et$($\sin(x)\cos(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$):

$$\frac{\sin^2(x) - \cos^2(x)}{\sin(x)\cos(x)} = \frac{-\cos(2x)}{\frac{1}{2}\sin(2x)} = -2\frac{\cos(2x)}{\sin(2x)} = -2\cot(2x)$$

Exemple 3 : Résolution d'une Équation Trigonométrique

Résoudre l'équation : ($\sin(x) = \frac{1}{2}$).

Solution :

$$(\sin(x) = \frac{1}{2})\ correspondaux\ angles\ (x = 30^\circ + 360^\circ k)ou(x = 150^\circ + 360^\circ k), où(k \in Z).$$