

Équation d'une Droite

Définition

L'équation d'une droite dans le plan peut être exprimée sous la forme :

- Forme explicite : ($y = mx + b$)
- (m) représente la pente (ou coefficient directeur) de la droite.
- (b) représente l'ordonnée à l'origine (point où la droite croise l'axe des ordonnées).

Propriétés

1. Pente (m) :

- Si ($m > 0$), la droite monte.
- Si ($m < 0$), la droite descend.
- Si ($m = 0$), la droite est horizontale.

2. Ordonnée à l'origine (b) :

- C'est la valeur de (y) lorsque ($x = 0$).

Exemples Corrigés

Exemple 1 : Trouver l'équation d'une droite

Trouvez l'équation de la droite passant par les points ($A(2,3)$) et ($B(4,7)$).

Correction :

1. Calculer la pente (m) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{4 - 2} = \frac{4}{2} = 2$$

2. Utiliser la formule point-pente :

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = 2(x - 2)$$

En développant :

$$y - 3 = 2x - 4 \Rightarrow y = 2x - 1$$

L'équation de la droite est donc :

$$y = 2x - 1$$

Exemple 2 : Équation d'une droite donnée sous forme explicite

Donnez les caractéristiques de la droite dont l'équation est ($y = -3x + 2$).

Correction :

1. Pente (m) :

- ($m = -3$) (la droite descend).

2. Ordonnée à l'origine (b) :

- ($b = 2$) (la droite croise l'axe (y) à ($(0, 2)$)).

Exemple 3 : Problème Appliqué

Une entreprise facture 10 dirhams de frais de service et 5 dirhams par produit vendu. Établissez l'équation du coût total (C) en fonction du nombre de produits (x).

Correction :

1. Fonction :

$$C(x) = 5x + 10$$

Ici, ($m = 5$) (le coût augmente de 5 dirhams par produit) et ($b = 10$) (frais de service).

2. Caractéristiques :

- La pente indique que pour chaque produit vendu, le coût total augmente de 5 dirhams.
- L'ordonnée à l'origine indique que le coût est de 10 dirhams même si aucun produit n'est vendu.

Exemple 4 :

Soit les points ($A(1,2)$), ($B(3,6)$), et ($C(-1,0)$).

1. Trouvez l'équation de la droite passant par les points (A) et (B).
2. Vérifiez si le point (C) appartient à cette droite.

Correction :

1. Calculer la pente (m) :

$$m = \frac{6 - 2}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

2. Utiliser la formule point-pente :

$$y - 2 = 2(x - 1)$$

En développant :

$$y - 2 = 2x - 2 \Rightarrow y = 2x$$

3. Vérifier si $(C(-1,0))$ appartient à la droite :

- On remplace (x) par (-1) dans l'équation :

$$y = 2(-1) = -2$$

- Comme $(C(-1,0))$ a $(y = 0)$, il n'appartient pas à la droite $(y = 2x)$.